

K63

У-Р

124/—

КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ им. А. М. ГОРЬКОГО

А. Н. КОМАХА

НБ НПУ

імені М.П. Драгоманова

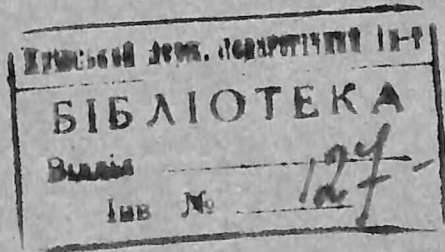


100313270

МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ  
С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ТЕОРИИ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ЧИСЕЛ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата педагогических наук

Научный руководитель — Заслуженный деятель науки УССР,  
профессор А. М. АСТРЯБ

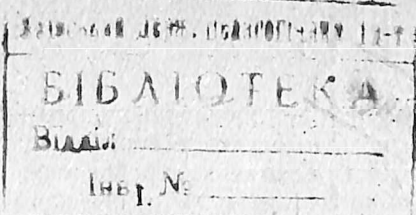


7 В

рукопис

Киев—1955 г.





5107  
Ком

Девятнадцатый съезд Коммунистической партии Советского Союза поставил грандиозную задачу в области дальнейшего роста культурного уровня нашего народа — приступить к осуществлению политехнического обучения в средней школе и провести мероприятия, необходимые для перехода к всеобщему политехническому обучению.

Политехническое обучение является составной частью и действенным средством коммунистического воспитания подрастающего поколения. Переход к всеобщему политехническому обучению предусматривает следующие мероприятия:

1. Дальнейшее повышение социалистического воспитательного значения общеобразовательной школы путем ознакомления учащихся с самоотверженным трудом советских людей, приобщения детей к различным видам общественно-полезного труда, воспитания у них коммунистического отношения к труду и общественной собственности, дисциплинированности, товарищеской взаимопомощи, целеустремленности, силы воли, трудовой сноровки.

2. Повышение уровня и качества общеобразовательных знаний учащихся путем ознакомления школьников с использованием законов природы в промышленности, сельском хозяйстве, с новейшими достижениями советской науки и техники.

3. Воспитание и привитие школьникам трудовых навыков, умения проявить инициативу и изобретательность. Воспитание общей культуры труда и умения правильно подготовить свое рабочее место, экономно расходовать материалы и время, планировать и учитывать работу, умения пользоваться измерительными инструментами, счетными приборами, счетами, инструментальными вычислениями.

Все это обеспечит лучшую подготовку советской молодежи к будущей практической деятельности.

Важное место в системе политехнического обучения занимает изучение арифметики.

Преподавание арифметики, равно как и других школьных предметов, служит делу воспитания всесторонне развитых, инициативных граждан коммунистического общества, пламенных патриотов нашей социалистической Родины.

Советская школа достигла больших успехов в преподавании арифметики. Однако в знаниях учащихся все еще имеют место серьезные недостатки и пробелы, что неоднократно отмечалось в педагогической печати, в методических письмах о преподавании математики в V—X классах и в других материалах.

Существующее построение школьного курса арифметики в настоящее время уже не удовлетворяет возросших требований к школе, в частности не отвечает требованиям, направленным на осуществление общих целей политехнического обучения.

Исследования, проведенные автором на протяжении ряда лет, показали, что школьный курс арифметики недостаточно полно раскрывает сущность арифметических понятий и действий, в недостаточной степени приучает учащихся к обобщениям, к употреблению наиболее рациональных способов вычислений. В преподавании арифметики мало уделяется внимания позиционной десятичной системе счисления, вычислениям на русских счетах.

На отдельные пробелы в знаниях учащихся по арифметике в свое время обращали внимание многие отечественные методисты: В. А. Евтушевский, С. И. Шохор-Троцкий, К. Ф. Лебединцев, И. В. Арнольд и другие<sup>1</sup>.

В арифметике дробных чисел основные недочеты в знаниях учащихся сводятся к следующему:

1. Учащиеся не имеют четких и конкретных представлений об умножении и делении дробей. На это обращали свое внимание еще Латышев, Шохор-Троцкий и другие наши методисты.

2. Учащиеся как пятых, так и старших классов при вычислениях отдают предпочтение обыкновенным дробям перед десятичными. Как правило, они стараются избежать десятичных дробей. Даже в таких случаях, как  $0,13 + \frac{1}{2}$  или  $\frac{3}{4} + 1,59$  учащиеся прибегают к обыкновенным дробям. Повидимому, они недостаточно отчетливо представляют себе, какие обыкновенные дроби могут обращаться в конечные десятичные дроби. Далее следует отметить игнорирование устных вычислений. На все это обращали внимание В. А. Евтушевский, Н. Н. Никитин<sup>2</sup> и другие методисты.

В связи с этим профессор Брадис в «Методике преподавания математики» предложил параллельно изучать обыкновенные и десятичные дроби. Следуя его советам, некоторые учителя практиковали параллельное изучение обыкновенных и десятичных дробей и процентов<sup>3</sup>.

<sup>1</sup> См.: а) В. А. Евтушевский, Методика арифметики, изд. 7, СПб, 1878.

б) С. И. Шохор-Троцкий, Математика, как предмет общего образования, журнал «Педагогический музей», №№ 3—9 за 1878 г.; Методика арифметики, изд. 2, СПб, 1912.

в) К. Ф. Лебединцев, Вопрос о дробях в курсе арифметики, Труды I Всероссийского съезда преподавателей математики, т. II, СПб, 1913.

г) И. В. Арнольд, Операторное истолкование числа в курсе средней школы, «Известия АПН», вып. 4, 1946.

<sup>2</sup> См. Н. Н. Никитин, О преподавании математики в 5—10 классах, 1949—52 гг.

<sup>3</sup> См. «Математика в школе», № 1 за 1951 г., стр. 54.

С педагогической точки зрения такой прием изучения дробей нельзя признать целесообразным, ибо обыкновенные дроби, десятичные дроби и проценты, кроме сходства, имеют свою специфику, и учащимся приходится изучать более двух нумераций: нумерацию для  $n$ —х частей, десятичную нумерацию и процентную запись. Следовательно, в каждом вопросе ученик должен будет преодолеть значительные затруднения.

3. Учащиеся ошибочно противопоставляют понятие десятичной дроби понятию обыкновенной дроби, подобно тому как понятие «дробь» противопоставляется понятию «целое число», понятие «иррациональное число» понятию «рациональное число» и т. д.

Во многих случаях у школьников создается представление о том, что десятичная дробь — дробь без знаменателя, а обыкновенная дробь имеет знаменатель. Такому пониманию способствуют традиционный порядок изучения курса дробей и формулировки отдельных тем программы (например, «Обращение десятичных дробей в обыкновенную дробь»). Сама формулировка названной темы предполагает противопоставление понятий и несогласованность с логической точки зрения — получается, что частный случай дроби преобразовывается в общий, где по существу нет никакого преобразования, а имеет лишь место отличие в начертании.

В связи с этим В. Беллюстин в свое время предлагал вместо термина «обратить десятичную дробь в простую» употреблять термин «сократить»<sup>1</sup>.

А. Я. Хинчин, учитывая трудности, связанные с десятичными, процентными расчетами, и логическую несогласованность в формулировках тем, предлагал главы «десятичные дроби», «проценты» назвать: «десятичная запись дробей», «процентная запись дробей»<sup>2</sup>. В свое время на это обстоятельство обращали внимание Шохор-Троцкий, Березанская, Гребенча и другие методисты. Они предлагали изменить определение десятичной дроби, связывая ее с «десятичной записью», с позиционностью системы счисления.

В данном исследовании диссертант поставил перед собой следующие задачи:

- 1) дать всесторонний анализ методики изучения арифметики дробных чисел в связи с развитием понятия о систематических числах;
- 2) обосновать целесообразность такого порядка построения арифметики дробных чисел, при котором изучение десятичных дробей предшествует обыкновенным дробям;
- 3) разработать методику преподавания десятичных дробей с точки зрения теории систематических чисел.

<sup>1</sup> См. В. Беллюстин, Методика арифметики, изд. 5-е, 1905.

<sup>2</sup> См. А. Я. Хинчин, Основные понятия математики и математические определения в средней школе, Учпедгиз, 1940.

Для осуществления поставленных задач автор изучил и проанализировал ряд научных трудов, связанных с историей развития понятия о дробных числах, с истолкованием и определением дроби, с местом и последовательностью изучения обыкновенных и десятичных дробей, практику преподавания арифметики дробных чисел в советской школе, а также провел педагогический эксперимент в школе.

Вся работа в целом обсуждалась на заседаниях кафедр методики математики Киевского государственного педагогического института им. Горького и Львовского государственного педагогического института, а также на кафедре математики Кременецкого государственного педагогического института. Отдельные главы диссертации обсуждались на заседании отдела методики математики Научно-исследовательского института педагогики УССР и на трех научных конференциях профессорско-преподавательского состава Кременецкого педагогического института.

Диссертация состоит из следующих четырех глав:

1. Системы нумераций и их влияние на развитие понятия систематических дробей (стр. 3 — 106).
2. Теория систематических дробей (стр. 107—149).
3. Обзор развития передовых идей в методике изучения школьного курса дробей (стр. 150—327).
4. Методика преподавания десятичных дробей с точки зрения теории систематических чисел (стр. 328—476).

В приложении к диссертации представлены материалы педагогического эксперимента, проведенного автором.

## II.

В первой главе диссертации освещены следующие вопросы: 1) краткие сведения по истории систем нумераций; 2) влияние позиционных систем нумераций на развитие понятий о дробном числе (аликвотная система дробей, двенадцатичная система дробей и др.); 3) влияние позиционных систем нумераций на развитие понятия о дробном числе (шестидесятичные, десятичные дроби).

Анализ развития понятия дробного числа до понятия о систематической дроби показывает следующее.

Слово «дробь» происходит от слов «дробить», «ломать». Дробные числа исторически возникают значительно позже, чем целые числа, их развитие происходит по закону диалектического материализма — от частного, конкретного к общему, абстрактному.

Начальное представление о дробном числе появляется у народов, перешедших к оседлому образу жизни с возникновением практических потребностей в измерении величин, распределении и обмене предметов потребления, то есть тогда, когда в своей практической деятельности человек не мог уже удовлетвориться предметным счетом дискретных величин. В множестве целых чи-

сёл до 1000 народы в практической деятельности при счете и измерении величин пользовались одновременно и параллельно как целыми числами, так и дробными долями  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}\right)$  стандартных единиц измерений.

Начальное представление о дробных долях сперва выступает самостоятельно, как индивидуальное обозначение, примитивно отражающее понятие дробных долей в связи с единицами мер.

Дробные доли сначала воспринимались на ощупь, зрением, как самостоятельные единицы меры или ее части.

Под влиянием практики народы постепенно переходят от конкретного восприятия дробных долей единицы мер к их абстрактному восприятию через звуковую речь. В этот период возникает письменное изображение отдельных дробных долей. При этом были использованы способы образования целых чисел и письменного изображения последних. Понятия о дробных долях стали производными от понятий существующих целых чисел. При измерении, дроблении, счете долей единицы мер народы приходят к осознанию истины, что дробными долями можно производить счет так же, как и целыми числами. Эта истина дает возможность перейти от ограниченной группы долей к неограниченной, от наглядного представления о дробных долях к количественному понятию дробного числа. Начальное количественное понятие дроби в значительной степени зависит от системы единиц мер, приема дробления их на части, от принятой системы нумерации целых чисел.

В зависимости от конкретных исторических условий понятие о дробном числе развивается под влиянием системы счисления, что приводит к образованию различных систем дробей: аликвотных, шестидесятичных, двенадцатичных, обыкновенных, десятичных дробей. Все эти системы дробных чисел использовались человеком при исследовании более сложных изменений количественных соотношений между величинами, отражаясь в его сознании в форме раздробления на равные части с последующим соединением при помощи счета полученных частей в новое количество. Дробное число возникло не на базе формальной теории пар, а как понятие, производное от понятий о целом числе, на базе необходимых в практической жизни человека конкретных измерений и дробления.

Формальная теория дробных чисел относит целые и дробные числа к области рациональных чисел, где понятие целого числа выражается в форме отношения пары целых чисел. Например:

$(a, b) = \frac{a}{b}$  — дробь,  $(a, 1) = a$  или  $(ab, a) = b$  при всех натуральных значениях « $a$ » и « $b$ ».

В области рациональных чисел, как множества пар натуральных чисел вида  $(a, b) = \frac{a}{b}$ , техника действия для натуральных и дробных чисел общая по содержанию и различная по форме. В пределах формальной теории целых и дробных чисел сохраняется различие и тождественность не только в технике вычисления действий, но и в способах изображения целых и дробных чисел. Этот факт и особенности позиционной десятичной системы счисления, а также опыт, практическая жизнь способствовали выделению десятичных дробей из общей совокупности дробных чисел.

Выделения группа десятичных дробей (0,1, 0,01, 0,001 и т. д.) стала рассматриваться как новые счетные единицы со всеми качествами старых счетных единиц десятичной системы счисления целых чисел.

Под влиянием позиционной десятичной системы счисления возникла идея десятичной дроби, как синтез развития понятия о числе и десятичной системе счисления. Вследствие этого целые и дробные числа объединены в одно общее понятие десятичных чисел с общей техникой действий и общими способами письменного изображения. В системе десятичных чисел различие и тождество между понятием целого и дробного числа нашли свое завершение. Естественно, что при этом новая форма обогатилась новым содержанием.

Как известно, десятичные дроби были впервые введены в XV веке среднеазиатским астрономом-математиком Гаясадином Джемшидом, а не бельгийским математиком С. Стевиным, как это утверждается в буржуазной историографии.

Десятичные дроби дали возможность:

а) усовершенствовать, упростить методы вычисления, деления, извлечения квадратных корней из чисел, составления в практических целях различных таблиц с высокой степенью точности;

б) разработать, обосновать теорию иррациональных чисел, уточняя понятие о числе на всех ступенях его развития;

в) разработать теорию логарифмирования в связи с практикой вычисления;

г) сохранить в нашем представлении связь между понятиями натуральных, рациональных, иррациональных чисел, записанных в десятичной числовой системе;

д) создать общее понятие о множестве действительных чисел как о плотном, непрерывном и несчетном числовом множестве.

### III.

Вторая глава диссертации посвящена теории систематических дробей для любой позиционной системы с произвольным основанием.



В этой главе рассмотрены такие вопросы:

1) систематические дроби как частный случай общего понятия о дробном числе; 2) систематические дроби как один из видов систематического числа; 3) теория бесконечных периодических систематических дробей.

При освещении этих вопросов диссертант исходил из следующих положений:

1. В научной литературе всякое непустое множество называется множеством натуральных чисел, если для его элементов установлен смысл основного понятия «единица» и для некоторых элементов «а», «в» существует отношение «в следует за а», удовлетворяющее следующим аксиомам:

1) единица есть натуральное число, не следующее ни за каким натуральным числом;

2) для каждого натурального числа «а» существует только одно натуральное число «а'», следующее за «а» ( $a' = a + 1$ );

3) каждое натуральное число либо не является следующим для какого-нибудь натурального числа, либо является следующим только для одного натурального числа. Из  $a' = b'$  следует, что  $a = b$ ;

4) если предположение  $s$  доказано для единицы и если из допущения, что оно верно для натурального числа  $p$  следует, что предположение  $s$  верно для непосредственно следующего числа  $p + 1$ , то предположение  $s$  верно для всех натуральных чисел.

Система аксиом, определяющая множество натуральных чисел, удовлетворяет требованиям непротиворечивости, полноты и независимости.

Так, определенное множество натуральных чисел может принимать различную интерпретацию независимо от конкретной системы счисления.

2. Аксиоматическая теория натуральных чисел строится вне связи с одной какой-либо конкретной интерпретацией, ибо она является наиболее общей теорией строгого логического изложения.

На основе теории натуральных чисел строится теория дробных чисел как пар натуральных чисел.

3. Для аксиоматической теории дробных чисел термины «обыкновенные дроби», «десятичные дроби» не имеют смысла, они отождествляются с общим термином «дробное число». В этом случае общая теория натуральных и дробных чисел строится вне связи с нашей системой счисления.

Если понятие о числе рассматривается в связи с системой счисления, то с этой целью строится теория систематических целых и дробных чисел.

В построении общей теории дробных чисел имеются две научные точки зрения:

а) теория пар вне связи с конкретной системой счисления. Понятие о дроби определяется так: число вида  $\frac{a}{b} = (a, b)$ , где «а» и «b» натуральные числа, называется дробным числом или парой второй ступени. Натуральное число «а» называется числителем, а натуральное число «b» — знаменателем дроби;

б) теория систематических дробей с учетом особенностей произвольной позиционной системы счисления. Понятие о дроби определяется так: дробь, числителем которой является целое систематическое число, а знаменателем — степень основания системы счисления, называется систематической.

Сравнение этих определений показывает, что понятие о систематической дроби основано на общем понятии о дробном числе. Следовательно, общая теория систематических целых и дробных чисел является одной из возможных интерпретаций аксиоматической теории натуральных и дробных чисел.

4. При построении теории систематических дробей целесообразно допускать логическое деление общего понятия о дроби на видовые понятия:

а) систематическая дробь — дробь, числителем которой является произвольное целое систематическое число, а знаменателем — степень основания системы счисления;

б) несистематическая дробь — дробь, числитель которой — произвольное целое систематическое число, а знаменатель — целое систематическое число, отличное от степени основы системы счисления.

Если не допускать предложенного деления общего понятия, то нет достаточных логических оснований увязывать равноправные члены пары с изображением и конкретной системой счисления, ибо общее понятие о дроби основывается на аксиоматической теории натуральных чисел.

Учитывая основные выводы первой главы и указанные выше положения, автор во второй главе кратко излагает теорию систематической дроби, которую он считает целесообразным положить в основу теории десятичной дроби в советской средней школе.

#### IV.

В третьей главе диссертации дан исторический обзор развития передовых идей в методике изучения школьного курса дробей. Здесь рассмотрены следующие вопросы:

- 1) место и последовательность изучения десятичных дробей;
- 2) с какого вида дробей целесообразно начинать изучение общей теории дробных чисел;
- 3) значение теории десятичных дробей для осуществления задач политехнического обучения;
- 4) почему необходимо выделить десятичные дроби из общей теории дробных чисел;
- 5) распределение учебного материала в курсе дробных чисел

в советской средней школе; б) методика преподавания десятичных дробей при традиционном порядке изучения курса дробных чисел.

В этой главе собраны и обобщены материалы, отражающие передовой опыт русской прогрессивной методики арифметики и передовой опыт учителей советской средней школы по преподаванию арифметики дробных чисел, а также дан анализ истории многолетних и упорных исканий нашими отечественными методистами тех путей, при помощи которых можно было бы с наибольшим эффектом преподавать десятичные дроби в их сочетании и взаимосвязи как с дробью обыкновенной, так и с целым числом.

Автор исследует положительные и отрицательные стороны каждого из следующих способов планирования и изучения арифметики дробных чисел.

1. Сначала изучается полный курс обыкновенных дробей, а затем курс десятичных дробей. При этом общее понятие о дроби отождествляется с понятием обыкновенной дроби, имея в виду, что десятичная дробь представляет собой частный случай обыкновенной дроби.

2. Комбинированное или циклическое изучение обыкновенных и десятичных дробей.

3. Параллельное изучение обыкновенных дробей общего вида и десятичных. При этом каждый шаг в изучении теории обыкновенных дробей можно завершить доказательством правила, относящегося к десятичным дробям<sup>1</sup>.

4. Сначала изучается полный курс десятичных дробей, а затем общая теория дробей<sup>2</sup>.

В течение многих лет среди методистов в дореволюционное время и в среде наших советских методистов ведется спор о взаимосвязи между изучением десятичных и обыкновенных дробей и о выборе той научной теории, которую наиболее целесообразно положить в основу изучения в средней школе десятичных дробей. Вопрос идет главным образом об использовании теории пар или теории систематического числа. В этом споре принимали активное участие не только такие видные методисты, как Евтушевский, Страннолюбский, Лебединцев и другие, но и такие выдающиеся ученые, как В. Я. Буняковский, М. В. Остроградский. Интересовался этим вопросом Л. Н. Толстой.

Этот спор, в связи с политехническим обучением в нашей школе, не потерял своей актуальности и остроты и в наши дни. Пра-

<sup>1</sup> См. В. М. Брадис, Методика преподавания математики в средней школе, М., 1950, стр. 145.

<sup>2</sup> См.: а) В. Я. Буняковский, Арифметика, изд. 3, СПб, 1852.

б) Л. Н. Толстой, Арифметика, М., 1874.

в) А. Б. Сахаров, Арифметика, М., 1910—1912.

г) Г. Лебег, Об измерениях величин, М., 1938.

вильное решение вопроса о порядке изучения арифметики дробных чисел возможно только на основе полного учета особенностей методики изучения дробей и обобщения опыта работы лучших педагогов дореволюционной и, особенно, советской школы. При решении данного вопроса следует прежде всего исходить из общих задач воспитания всесторонне развитых и подготовленных строителей коммунистического общества, из необходимости оказать помощь учащимся в глубоком овладении теорией обоих видов дробей, привить им навыки умелого использования каждого вида дробей при решении задач практического характера.

Педагогическая система математики, как учебной дисциплины, имеет своей целью ознакомить учащихся с основами науки, ее главными положениями и законами. При этом учебный материал распределяется с учетом законов развития научных понятий в сознании учащихся. Это означает, что преподавание в школе не может идти теми же путями, какими идет наука, но, с другой стороны, школа не должна развивать то или иное понятие в направлении, которое может исказить современную научную трактовку его.

Изложение аксиоматической теории натуральных и дробных чисел, общей теории систематических целых и дробных чисел неприемлемо для средней школы. Методика арифметики требует излагать основы научной системы с учетом факторов исторического развития науки и ее связи с практикой, возрастных особенностей учащихся, их опыта. Методика математики из всего исторического развития арифметики положила в основу преподавания этого предмета только десятичную позиционную систему счисления, которая с возникновением десятичных дробей достигла завершения, приобрела необходимую для нумерации полноту и в основном стала господствующей в научном и житейском обиходе, так как в основе метрической системы мер, десятичного приема измерения, деления на равные части лежит принцип десятичной системы счисления.

В связи с этим диссертант считает, что с научной точки зрения и с точки зрения интересов практики, особенно учитывая требования политехнического обучения, целесообразно и необходимо положить в основу то планирование, которое еще в XIX веке настойчиво рекомендовали наши методисты и такие ученые, как М. В. Остроградский, но которое теперь, к сожалению, забыто.

Диссертант предлагает следующую конструкцию изучения курса дробных чисел, которая, как показала экспериментальная проверка, отвечает возрастным особенностям учащихся.

1. После повторения систематического курса целых чисел и изучения темы об измерении величин необходимо дать учащимся общее понятие о дробном числе, используя три источника введения этого понятия:

а) измерение величин при помощи метрической системы, денежной системы;

б) деление предметов на равные части с последующим счетом полученных частей;

в) деление натуральных чисел с записью частного в форме дроби. Используя прием счета отдельными дробными долями, дать понятие о множестве дробных долей и дробей.

В процессе дробления, измерения, деления десятичных целых чисел учащиеся подготавливаются к восприятию общего понятия о дробном числе, о множестве дробных долей и дробей. Общее понятие о дроби в представлении учащихся конкретизируется ее членами — равноправными десятичными целыми числами, и дальнейшее изучение теории дробных чисел нецелесообразно строить без учета особенностей позиционной десятичной системы счисления. В школьном преподавании при изучении теории дробных чисел нет достаточных логических оснований подменять десятичную систему нумерации нумерацией  $p$ - $x$  долей, термин «дробь» — термином «обыкновенная дробь» и практически известный десятичный прием деления и измерения подменять недесятичным приемом деления и измерения, известный десятичный прием счета — недесятичным приемом счета.

2. Исходя из практических потребностей, в целях подготовки учащихся к сознательному усвоению материала, обогащения и расширения их опыта, знаний по курсу целых чисел, необходимо общее понятие о дробном числе делить на видовые понятия:

а) десятичные дроби;

б) недесятичные дроби.

При изучении теории десятичных дробей непосредственно обобщаются знания учащихся по курсу целых десятичных чисел, знание ими метрической системы мер, десятичного приема счета, целых чисел десятичной системы счисления, особенностей нашей позиционной системы счисления. Задача сводится к построению теории десятичных дробей в органической связи с позиционной системой счисления, с включением в систему десятичных чисел не только понятий целого и дробного числа, но и обобщенной техники производства действий над целыми числами.

3. В результате сложения, вычитания, умножения десятичных дробей всегда получается десятичное число. В результате деления десятичных дробей получается частное, записанное в виде конечной и бесконечной периодической десятичной дроби. Известные правила действий для конечных десятичных дробей нельзя непосредственно применить к бесконечным периодическим десятичным дробям. В связи с этим необходимо ограничиваться приближенным значением частного или же, не выполняя деления десятичных чисел, записывать частное в виде недесятичной дроби.

Изображение частного десятичной дробью при изучении деления десятичных чисел подтверждает общий источник получения дробных чисел как пар натуральных чисел.

Естественно, что возникает необходимость в изучении теории десятичных дробей, арифметической природы общего понятия о дроби.

Предлагаемая нами конструкция не исключает изучения десятичных дробей, не требует исключения их из учебных планов средней школы, а, наоборот, подчеркивает их теоретическое значение.

Изучение теории десятичных дробей после дробей десятичных будет дальнейшим шагом в развитии мышления учащихся в соответствии с их опытом и возрастными особенностями. Предлагаемый порядок изучения систематического курса дробей в большей степени отвечает требованиям постепенного перехода от конкретного к общему, от понятий менее общих к понятиям более общим, от теории менее общей к теории более общей и от нее — к практике.

В диссертации приводится следующий примерный план распределения учебного материала арифметики дробных чисел в средней школе.

**II класс.** В пределах стабильной программы рассмотреть понятия: «половина», «одна третья».

**III класс.** Материал стабильной программы в пределах целых чисел — тысяча, миллион; дать понятие о дробях  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ .

**IV класс.** Систематический курс целых чисел. Пропедевтический курс дробных чисел в объеме действующей программы.

### V класс

Тема 1. Повторение и систематизация пройденного в первых четырех классах школы (материал стабильной программы).

Тема 2. Делимость чисел (материал стабильной программы).

Тема 3. Измерение величин. Метрическая система мер.

Процесс измерения. Единицы измерения длины, площади, веса, объема. Метрическая система мер. Десятичный прием измерения. Меры времени. Задачи на вычисление времени. Недесятичный прием измерения.

Тема 4. Дробные числа.

Систематизация знаний по пропедевтическому курсу дробных чисел: понятие о дроби как одной или нескольких одинаковых частях единицы. Источники получения дробных чисел: деление на равные части, измерение величин, деление натуральных чисел. Правильная, неправильная дробь. Множество дробных долей и дробей. Разделение множества дробных чисел на десятичные и недесятичные дроби.

## а) Десятичные дроби

Определение десятичных дробей. Устная нумерация десятичных дробей, расширение нумерации целых чисел на десятичные дроби. Изображение и способы чтения десятичных дробей. Откладывание десятичных чисел на русских счетах. Свойства десятичных дробей, приведение десятичных дробей к общему знаменателю. Сокращение десятичных дробей. Равенство и неравенство десятичных дробей. Изменение величины десятичных дробей в зависимости от места запятой. Увеличение и уменьшение десятичных дробей в 100, 1000 раз. Понятие о приближенном числе, округление десятичных чисел. **Сложение** десятичных дробей. Задачи, решаемые сложением. Устное и письменное сложение. Свойства сложения. Сложение десятичных чисел на русских счетах. **Вычитание** десятичных дробей. Задачи, решаемые вычитанием. Устное и письменное вычитание, вычитание на русских счетах. **Умножение** десятичных дробей. Задачи, решаемые умножением на целое число, на дробное число. Правило умножения, свойства умножения, устное и письменное умножение. Приемы устного умножения. Составление таблиц умножения в практических целях при помощи русских счетов. **Деление** десятичных дробей. Задачи, решаемые делением на целое число и десятичную дробь. Деление на целое число и на десятичную дробь. Понятие о приближенном частном. Решение задач с геометрическим содержанием: вычисление поверхности куба, прямоугольного параллелепипеда. Площадь треугольника. Вычисление площади четырехугольника разбивкой его на треугольники. Вычисление длины окружности, площади круга, поверхности и объема цилиндра по готовым данным и по данным, полученным путем непосредственного измерения. Построение диаграмм.

## б) Недесятичные дроби

Изображение частного от деления десятичных дробей в виде десятичной дроби.

Исключение целого числа из неправильной дроби и обращение смешанного числа в неправильную дробь. Основное свойство дроби. Сокращение дробей и приведение их к наименьшему общему знаменателю. Сравнение дробей по величине. Действия над десятичными дробями. Обращение десятичной дроби в десятичную. Понятие о периодической дроби. Числа точные и приближенные. Округление данных и результатов действий. Абсолютная погрешность приближенного числа. Четыре действия над приближенными числами. Совместные действия над десятичными и десятичными дробями. Отношение двух чисел. Понятие о проценте. Нахождение процентов числа. Нахождение числа по данным его процентам. Нахождение процентного отношения двух чисел. Решение

примеров и задач на все действия с дробными числами.

Тема 5. Практические работы (в объеме действующей программы).

Тема 6. Повторение курса арифметики.

## VI класс.

Темы: 1) процентные вычисления; 2) приближенные вычисления; 3) пропорция; 4) прямая и обратная пропорциональность величин.

## V.

Четвертая глава диссертации посвящена методике преподавания десятичных дробей с точки зрения теории систематического числа. В этой главе освещены вопросы предложенной программы по разделу «Десятичные дроби». В связи с полученными ранее выводами данная глава построена на практических материалах, собранных автором непосредственно в школах г. Киева, в Боровской средней школе № 17, Петровской средней школе (Киевская область) и в других школах. В кременецких средних школах отдельные уроки проводились по специальным методическим разработкам автора, а затем усвоение детьми содержания этих уроков проверялось и сравнивалось с знаниями учащихся других классов, где занятия проходили в обычном порядке. Для того, чтобы доказать целесообразность предложенного планирования и изучения раздела программы «Дробные числа», автор провел экспериментальное исследование преподавания арифметики по новому плану в пятых классах кременецких средних школ №№ 1, 2, 3. Для эксперимента было взято два параллельных пятых класса одинаковой, приблизительно, успеваемости. В обоих классах преподавал один и тот же учитель. Предварительно был составлен годичный календарный план по арифметике, утвержденный заведующим районо и методической математической секцией школы. К активному участию в проведении эксперимента привлечены были не только учителя математики, но и преподаватели кафедры математики педагогического института и студенты III курса. За проведением уроков в обоих классах ежедневно следили не только автор, но и специально выделенные преподаватели и студенты.

При изложении материала о действиях над десятичными дробями учителя руководствовались приведенной ниже специальной методической разработкой.

**Сложение десятичных дробей.** 1. Распространение действия сложения натуральных чисел на десятичные дроби. 2. Устное сложение: а) целых чисел и правильных десятичных дробей; б) правильных десятичных дробей с одинаковым числом десятичных знаков (до тысячных включительно). 3. Письменное сложение десятичных дробей: а) целых чисел и неправильных десятичных дробей;



б) правильных десятичных дробей с одинаковым числом десятичных знаков; в) неправильных десятичных дробей. 4. Свойства сложения. 5. Сложение десятичных чисел на русских счетах.

**Вычитание десятичных дробей.** 1. Распространение действия вычитания натуральных чисел на десятичные дроби. 2. Устное вычитание. 3. Письменное вычитание. 4. Свойства вычитания десятичных дробей. 5. Вычитание десятичных дробей на русских счетах.

**Умножение десятичных дробей.** 1. Содержание умножения десятичных чисел на целое число: а) устное умножение десятичных дробей на разрядные единицы и однозначные, двузначные целые числа; б) письменное умножение десятичных дробей на многозначные целые числа. 2. Умножение десятичных чисел на десятичную дробь: а) деление целых чисел на разрядные единицы; б) умножение целых чисел на доли (части) разрядных единиц; в) устное умножение десятичных чисел на десятичную дробь; г) письменное умножение десятичных дробей. 3. Свойства умножения десятичных дробей. 4. Приемы умножения десятичных чисел, наиболее важные и часто применяемые в практике. 5. Составление таблиц умножения на постоянные множители в практических целях с применением вычислений на русских счетах.

**Деление десятичных дробей.** 1. Деление целых чисел и десятичных дробей на целое число: а) устное деление на целое число, когда частное — число точное; б) письменное деление данных чисел на целое число с конечным процессом деления; в) письменное деление данных чисел на целое число, когда процесс деления бесконечный. Понятие о приближенном вычислении частного с заданной степенью точности. 2. Деление целых чисел и десятичных дробей на десятичную дробь: а) деление данных чисел на правильную десятичную дробь; б) правило деления десятичных дробей; в) деление на русских счетах; г) приемы упрощения деления, наиболее важные и часто применяемые в практике; д) запись частного от деления десятичных дробей в виде недесятичной дроби.

Практика проведения эксперимента показала, что если преподавание систематического курса дробных чисел начать с изучения десятичных дробей, то учащиеся не испытывают затруднений при обосновании действий сложения и вычитания. Труднее дается детям осознание, как в теоретическом, так и в практическом отношении, действий умножения и деления. Изучение десятичных дробей после обыкновенных не помогает учащимся осмыслить общий характер действия умножения для целых и дробных чисел, ибо для обоснования умножения десятичных дробей они пользуются заученным правилом умножения обыкновенных дробей. Эксперимент показал, что если сперва изучать теорию десятичных дробей, а затем недесятичных, то создается возможность раскрыть со-

держание умножения дробных чисел, сделать это понятие более доступным для понимания учащихся пятых классов. Упражнения учащихся в делении, раздроблении на десятичные доли, в счете десятичными долями способствуют уточнению характера действия умножения на дробные числа в органической связи с умножением целых чисел.

Для этого необходимо при решении практических задач, взятых из нашей советской действительности, истолковывать умножение на дробь как нахождение дроби числа. Такая трактовка понятия умножения в школьной практике соответствует ленинской теории познания в значительно большей степени, чем другие трактовки и дает нам основание принять ее за объективную истину.

Практика показала, что изучение десятичных дробей намного облегчает обобщение содержания умножения обыкновенных дробей. При этом обобщается известный десятичный прием дробления на любые части.

Эксперимент показал, что предложенное планирование всех тем дает возможность детям более глубоко осознать смысл действий, овладеть техникой приближенных вычислений и приобрести более прочные практические навыки в пользовании счетами.

В экспериментальных классах было проведено несколько письменных контрольных работ и устных опросов по специально составленным контрольным вопросам. Качество усвоения тем было проверено и в конце года во время экзаменов. Экзамены в пятых классах средней школы № 3 показали следующие результаты:

Оценки	5 «А» класс	5 «Б» класс
5	19,4 <sub>0</sub> °	2,8 <sub>0</sub> °
4	25,7 <sub>0</sub> °	20,0 <sub>0</sub> °
3	51,6 <sub>0</sub> °	71,4 <sub>0</sub> °
2	3,2 <sub>0</sub> °	5,8 <sub>0</sub> °

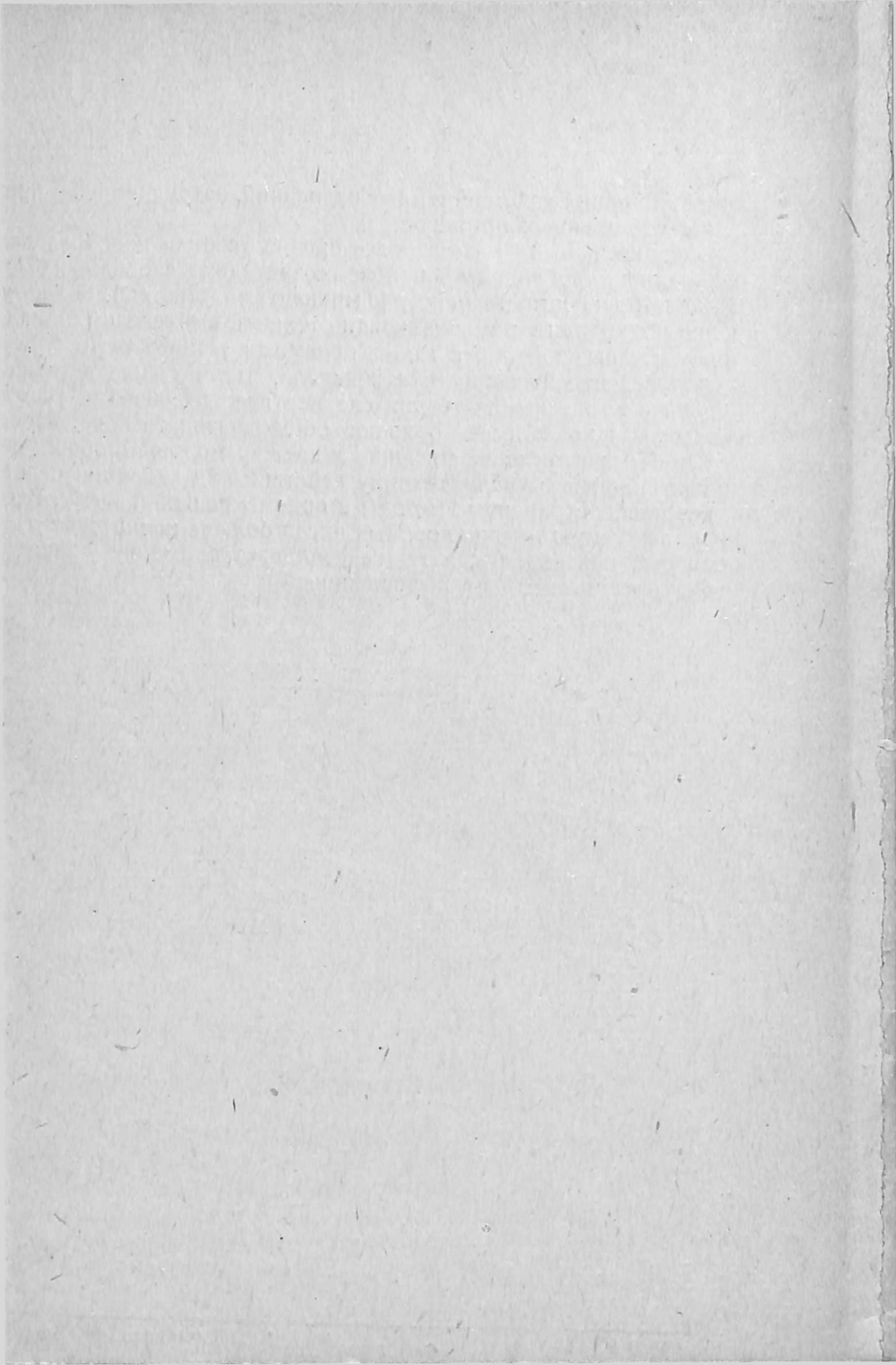
В 5 «А» классе, где изучение общей теории дробных чисел начиналось с десятичных дробей, учащиеся получили глубокие и прочные знания. Дети давали правильные и точные определения понятий, формулировки правил действий и преобразований, сознательно и свободно приводили собственные примеры для соответствующих иллюстраций, хорошо овладели приемами устного счета, техникой письменного вычисления.

В 5 «Б» классе, где сперва изучались обыкновенные дроби, а затем десятичные, учащиеся обнаружили более слабые знания. Многие из них допускали неточные определения понятий и форму-

лировки правил действий и преобразований, затруднялись в приведении собственных примеров.

Учащиеся 5 «А» класса более прочно усвоили преобразование одного вида дробей в другой, более сознательно, свободно и быстро находили зависимость между компонентами действий, более уверенно подходили к рационализации техники вычислений, овладели приемами вычислений, а также приемами устного счета.

Проведение эксперимента показало, что изучение десятичных дробей с точки зрения теории систематических чисел в условиях советской школы имеет большое общеобразовательное, воспитательное и практическое значение и дает возможность обобщить не только понятие о числе, технику действий над числами, но и наиболее распространенные методы и приемы решения задач. Все это вносит в общую теорию дробных чисел больше конкретности, жизненности, наглядности, а также усиливает внимание учащихся к устным и письменным вычислениям.





THE NATIONAL BUREAU OF STANDARDS  
WASHINGTON, D. C. 20548

---